PROBABILIDADE DE OCORRÊNCIA DE TOTAIS PLUVIAIS MÁXIMOS HORÁRIOS, EM CAMPINAS – SÃO PAULO

Maria Helena de Almeida MELLO
Hermano Vaz ARRUDA
Altino Aldo ORTOLANI

RESUMO

Neste trabalho será discutida e avaliada a adequação das distribuições gama, de Erlang, lognormal e de valores extremos, às amostras de totais pluviais máximos horários, dos meses de verão, incluindo-se à normal para uma amostra anual. Ainda, como resultante dessa análise, será apresentada uma caracterização do comportamento anual e dos meses de verão, em Campinas, SP, com relação a esse tipo de evento climático.

ABSTRACT

This paper deals with the fit of gamma, Erlang, lognormal and extreme value distributions to empirical frequency distributions of hourly maximum rainfall for summer months, including the normal for an annual sample. As a result are also presented the annual and summer months climatic behaviour for Campinas – state of São Paulo, Brasil.

1 INTRODUÇÃO

Questões relacionadas ao impacto ambiental decorrente de chuvas intensas têm sido motivo de grande preocupação para técnicos e administradores ligados ao planejamento e à ocupação do espaço geográfico, seja ele rural ou urbano. Por isso, informações sobre probabilidade de ocorrência desses eventos são muito procuradas para orientar decisões quanto às medidas necessárias para minimizar os danos por eles ocasionados. Em particular, esse tipo de conhecimento serve para subsidiar o dimensionamento de obras de engenharia, dentre outras práticas destinadas à prevenção de enchentes.

Considerando-se esses tipos de aplicações, elaborou-se o presente estudo. Ele trata dos resultados de análises de longas séries ($N > 30$) de dados de totais máximos de chuvas ocorridos num intervalo horário, em Campinas – SP, com os objetivos de: avaliar e discutir a adequação de alguns modelos de distribuição a tal tipo de amostras; caracterizar os meses potencialmente propensos aos referidos eventos e apresentar a probabilidade de ocorrência dos mesmos. Também serão apresentados os resultados da análise de uma amostra anual.

2 MATERIAL E MÉTODOS

Para o presente estudo, foram utilizadas amostras de 31 a 33 valores de chuvas máximas horárias (total máximo acumulado no intervalo de 1 hora), registradas no decorrer do período de 1938 a 1979, na estação climática do Instituto Agrônomo de Campinas, SP, localizada a $22^{\circ} 54' S$ e $47^{\circ} 05' W$, a uma altitude de 674m.

Após a análise preliminar das amostras, definiram-se – como meses com elevado potencial para a incidência de chuvas intensas, num intervalo horário – aqueles que apresentaram pelo menos 1 valor de chuva máxima horária maior ou igual a 50mm. A partir de 30mm/h as chuvas passam a ser consideradas intensas e de 50mm/h essa intensidade passa a ser considerada crítica (YEVJEVICH, 1972).

Com base em alguns valores dos parâmetros amostrais, optou-se pelo uso das distribuições gama; de Erlang; lognormal e de valores extremos. Para a amostra de chuvas máximas horárias anuais, substituiu-se a distribuição de valores extremos pela distribuição normal, cujas características e propriedades não serão aqui apresentadas por serem facilmente encontradas em obras básicas de estatística teórica e aplicada.

A distribuição lognormal com 2 parâmetros é muito utilizada em hidrologia e hidrocli-

matologia, assumindo-se que os fatores físicos causadores de processos estocásticos são interdependentes e com efeitos multiplicativos (YEVJEVICH, 1972), o que pode ser aplicável ao comportamento de variáveis como chuvas máximas horárias. Trata-se de uma distribuição assimétrica, facilmente transformável em normal, sem perder muito a precisão dos valores de X, no processo de transformação.

A função de densidade de probabilidades, neste caso, é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma x \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \frac{(\ln x - \mu)^2}{\sigma^2}}, \text{ para } 0 < x < \infty (1),$$

sua função de distribuição é dada por:

$$F(x) = \int_0^x f(x) \cdot d(x) \quad (2)$$

sendo:

$$E(x) = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \text{ e } \text{Var}(x) = \mu^2(e^{\sigma^2} - 1)$$

A distribuição gama incompleta, com 2 parâmetros, também é utilizada em hidroclimatologia. Porém, para fins aplicados ela se torna menos utilizada que a lognormal. Talvez, isto se deva a um certo desconhecimento quanto à maneira de se transformar as escalas de coordenadas, de forma a se poder representar sua curva acumulada através de uma reta. Nesse sentido, é preciso dizer que a raiz quadrada da variável permite, na maioria das vezes, transformar distribuições do tipo gama, de modo que os dados passem a ser normalmente distribuídos, PANOFISKY & BRIER (1968), o que indiretamente possibilitaria a obtenção de uma reta. Conforme YEVJEVICH (1972), Markovic demonstrou que, na prática, não existem diferenças entre o ajuste da lognormal e da gama com 2 parâmetros para séries de totais pluviiais anuais.

Existem várias formas de se representar a distribuição gama; em geral é representada pela sua função de densidade de probabilidades, cuja forma mais utilizada é a consensual:

$$f(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \cdot \Gamma(\alpha)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}}, \text{ para:}$$

$$0 < x < \infty, \alpha \text{ e } \beta > 0 \quad (3);$$

α = parâmetro da forma e,

β = parâmetro de escala.

Neste caso:

$$E(x) = \mu = \alpha \beta \text{ e } \text{Var}(x) = \alpha \beta^2$$

Sua função de distribuição quando representada por:

$$F(x) = \int_0^x f(x) \cdot d(x) \quad (4),$$

é conhecida como função gama incompleta e os valores de F(u) podem ser obtidos através de "Tabela para função gama incompleta", PEARSON (1965),

$$\text{onde } \mu = \frac{x}{\beta \sqrt{\alpha}}, \text{ sendo } \alpha = p + 1 \text{ e } \mu = \frac{x}{\sigma}, \text{ onde}$$

$$\sigma = \beta \sqrt{\alpha}$$

Também, pode ser obtida através do cálculo numérico (fórmula de Simpson) e ainda pela expansão de séries e integração numérica, DIXON & MASSEY (1957).

Os parâmetros α e β podem ser calculados pelo método da máxima verossimilhança, método este mais aconselhável quando se trata de amostra muito assimétrica, e são dados por:

$$\alpha = 1 + \frac{\sqrt{\frac{1 \pm 4A}{3}}}{4A} \text{ e } \beta = \frac{\alpha}{\bar{x}}$$

sendo:

$$A = \ln(x) - \frac{\sum \ln(x_i f_i)}{N}$$

No presente estudo, os parâmetros α , β e os valores de F(x) foram estimados através do programa STATGRAPHICS, onde a função de densidade da gama é dada por:

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha \cdot x^{\alpha-1} \cdot e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}, \text{ para } 0 < x < \infty \quad (5),$$

sendo:

$$E(x) = \frac{\alpha}{\beta} \text{ e } \text{Var}(x) = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

Para se testar a validade dos resultados obtidos com o uso do programa STATGRAPHICS, considerou-se também a distribuição de densidade de probabilidade através da fórmula (3) e, neste caso, os parâmetros α e β foram obtidos pelo método da máxima verossimilhança, conforme apresentado anteriormente, obtendo-se as frequências teóricas com o uso da "Tabela para função gama incompleta", PEARSON (1965). Os resultados obtidos por

ambos os procedimentos foram semelhantes; assim, optou-se pelo uso do STATGRAPHICS pela facilidade operacional.

A distribuição de Erlang é um caso particular da distribuição gama, quando, para $x > 0$, o parâmetro a é um inteiro positivo, sendo $\Gamma(a) = (a - 1)!$ e a função de densidade passa a ter a seguinte forma:

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha \cdot x^{\alpha-1} \cdot e^{-\beta x}}{(\alpha - 1)!}, \text{ para } x > 0, \quad (6),$$

$\alpha = \text{inteiro e positivo}$

Neste estudo, ela foi utilizada com a intenção de comparar os seus resultados com aqueles obtidos pelo uso da função gama e da função de Erlang e também de divulgar esta variação da função gama, cuja forma é bem menos utilizada para fins de aplicação em hidroclimatologia. É raro encontrar-se referências sobre a distribuição de Erlang, em obras estatísticas traduzidas ou escritas em língua portuguesa; no entanto, ela pode ser encontrada em MURTEIRA (1990).

A distribuição de valores extremos – neste caso, mais especificamente exponencial dupla dos maiores valores – é o modelo de Fisher-Tippet, Tipo I. É uma distribuição que foi muito divulgada por Gumbel, através de seus vários trabalhos sobre estimativas de picos de descarga fluvial, motivo pelo qual na maioria das vezes se referem à mesma como “função de Gumbel”.

Apesar de ser uma distribuição ilimitada, tanto nos extremos mínimos, quanto nos extremos máximos, para o estudo de valores máxi-

mos, o extremo inferior deixa de ter importância. Trata-se de uma das distribuições mais utilizadas em análises hidrológicas e hidroclimatológicas, devido à facilidade em se transformar a sua função acumulada em uma reta. Para isso, utiliza-se comumente o recurso gráfico de se plotar os valores de $F(x)$ em um papel de probabilidade aritmética.

Para extremos máximos, ela é definida através da função de distribuição, da seguinte forma:

$$F(x) = e^{-e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}} \quad \text{para } -\infty < X < \infty \quad (7)$$

sua função de densidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\beta} \cdot e^{-e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}}} \cdot e^{-\frac{(x-\alpha)}{\beta}} \quad (8).$$

A média e variância teóricas são dadas por:

$$E(x) = \alpha + 0,57722\beta \text{ e } Var(x) = \frac{(\pi\beta)^2}{6} = 1,64493\beta^2,$$

0,57722 = constante de Euler,

α = parâmetro de escala,

β = parâmetro de locação.

No presente estudo, os parâmetros α e β foram estimados pelo método da máxima verossimilhança, conforme procedimento proposto por Lieblein, THOM (1966).

Para todas as amostras analisadas, a verificação do grau de adequação dos modelos foi feita através dos testes X^2 e Kolmogorov-Smirnov, considerando-se os níveis de significância: $\alpha = 0,01$ e $\alpha = 0,05$. O uso dos dois tes-

QUADRO 1 – Descrição estatística das amostras de chuva máxima horária, dos meses que apresentaram pelo menos 1 valor > 50mm e da amostra anual em Campinas, SP (período 1938-1979).

N	Dezembro	Janeiro	Fevereiro	Março	Ano
	31	33	33	33	31
$\bar{x}$ (mm)	20,40	26,33	24,50	20,84	37,12
ep. (mm)	1,83	2,46	1,80	2,05	1,84
S (mm)	10,18	14,16	10,33	11,77	10,23
C.V. (%)	49,9	53,8	42,2	56,5	27,6
g1	2,19	0,34	1,23	0,62	0,47
g2	6,12	-1,29	2,64	-0,15	-0,54
max. Abs. (mm)	58,3	51,3	58,9	52,2	58,9
	(1953)	(1946)	(1979)	(1956)	(1979)
min. Abs. (mm)	7,0	4,9	9,7	3,8	23,3
	(1944)	(1960)	(1938)	(1957)	(1949)
Qs (mm)	23,1	40,1	30,0	29,4	44,0
Qi (mm)	14,5	14,2	18,7	10,8	29,4
Mediana (mm)	18,3	20,7	23,1	19,6	36,9
Moda (mm)	18,3	11,9	24,0	10,3	36,9

tes se deve ao fato de ocasionalmente ocorrerem discrepâncias quanto aos seus resultados. Assim, foram considerados adequados os modelos confirmados como tais pelos 2 testes (aqueles cujos valores de X^2 e D.S. calculados são menores que os seus respectivos valores tabulares; portanto, não significativos) para o nível de significância: $\alpha = 0,05$. Não foram desconsiderados os modelos cuja adequação foi confirma-

da apenas para $\alpha = 0,01$ (quando se aumentou o tamanho da área de aceitação dos testes), desde que os resultados dos 2 testes fossem concordantes. Todavia, não se recomenda o uso destes últimos uma vez que existem modelos mais adequados; por exemplo, aqueles para os quais os resultados dos testes se mostraram não significativos, ao se diminuir a área de aceitação ($\alpha - 1 = 0,95$).

Adotou-se esse critério com relação aos

QUADRO 2 – Parâmetros das distribuições teóricas utilizadas.

	Dezembro	Janeiro	Fevereiro	Março	Ano
1. Erlang	$\alpha = 6$ $\beta = 0,29416$	$\alpha = 3$ $\beta = 0,11395$	$\alpha = 6$ $\beta = 0,24487$	$\alpha = 3$ $\beta = 0,14398$	$\alpha = 14$ $\beta = 0,37720$
2. Gama	$\alpha = 5,90526$ $\beta = 0,28943$	$\alpha = 3,1927$ $\beta = 0,12789$	$\alpha = 5,6244$ $\beta = 0,22954$	$\alpha = 3,1342$ $\beta = 0,15042$	$\alpha = 13,821$ $\beta = 0,37237$
3. Lognormal	$\mu = 20,326$ $\beta = 8,65218$	$\mu = 25,7490$ $\beta = 18,7230$	$\mu = 24,6010$ $\beta = 10,6450$	$\mu = 21,460$ $\beta = 15,420$	$\mu = 37,1679$ $\beta = 10,4456$
4. Val. Máximos	$\alpha = 16,4647$ $\beta = 6,5363$	$\alpha = 18,5104$ $\beta = 11,0123$	$\alpha = 19,8142$ $b = 8,2134$	$\alpha = 15,1293$ $\beta = 9,4281$	– –
5. Normal	–	–	–	–	$\mu = 37,1161$ $\sigma = 10,230$

resultados dos testes devido às controvérsias quanto ao poder dos mesmos, pelos mais diversos autores. Questões relacionadas com testes de significância são bastante complexas e a literatura de fácil acesso no mercado brasileiro deixa muito a desejar quanto a esse assunto de fundamental importância para a estatística aplicada.

A probabilidade de totais pluviométricos máximos horários, a intervalos de 5 em 5mm de chuva, a ser apresentada no quadro 5, no próximo item deste trabalho, foi estimada considerando-se apenas uma das distribuições teóricas. Adotou-se tal procedimento por se entender que, para fins aplicados e levando-se em conta o tipo de evento estudado, a distribuição em questão apresenta certas vantagens em relação às demais.

Essas probabilidades de totais pluviométricos máximos, juntamente com outros elementos analisados, serviram de base para caracterizar o comportamento da intensidade da chuva a intervalos horários, durante os meses de verão e o comportamento anual, em Campinas-SP.

3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Alguns parâmetros descritivos das amostras mensais analisadas (quadro 1) mostram que a dispersão dos totais pluviométricos

horários em torno das respectivas médias é elevada ($CV > 40\%$) e que esses totais se distribuem assimetricamente (g1 acentuadamente maiores que zero, com exceção do mês de janeiro). As médias são maiores que as medianas e modas. Os coeficientes de curtose: ora positivos e excessivamente elevados (caso do mês de dezembro), ora negativos, também evidenciam que essas amostras não são normalmente distribuídas.

Quanto à amostra dos totais pluviométricos máximos horários anuais (quadro 1), os parâmetros amostrais evidenciam maior tendência à normalidade, principalmente nota-se que a média é semelhante à mediana e à moda, sendo estas últimas iguais.

Em face dessas características optou-se, principalmente no caso das amostras mensais, pelo uso de modelos teóricos assimétricos para representar essas distribuições amostrais. A adequação dos modelos utilizados fica evidenciada quando se observam as frequências teóricas estimadas com base nos parâmetros que constam no quadro 2 e os gráficos contidos nas figuras 1 e 2. Os resultados dos testes X^2 e Kolmogorov-Smirnov, para os níveis de significância $\alpha = 0,05$ e $\alpha = 0,01$ (quadro 3 a e b).

Os valores contidos no quadro 3 evidenciam que, ao nível de significância $\alpha = 0,01$,

FIGURA 1 – Frequências de totais máximos horários de chuva, observadas e esperadas, para os meses de verão, em Campinas, SP.

FIGURA 2 – Frequências anuais de totais máximos horários de chuvas, esperadas e observadas em Campinas, SP.

QUADRO 3 – Resultados dos Testes de Adequação.

Tipos de Distribuição	Dez., N=31		Jan., N=33		Fev., N=33		Março, N=33		Ano, N=31		Valores tabulares de χ^2
	g.l.	χ^2	g.l.	χ^2	g.l.	χ^2	g.l.	χ^2	g.l.	χ^2	
Erlang	1	1,686	2	5,679	2	2,001	1	1,682	2	1,796	g.l. $\alpha=0,05$ 1 3,842
Gama	1	1,709	1	5,885	2	1,872	1	1,588	2	1,794	2 5,992
Lognormal	1	0,989	2	5,872	2	1,824	2	0,943	1	1,260	g.l. $\alpha=0,01$ 1 6,635
Valores Máximos	1	1,075	1	5,437	2	1,778	2	1,025	-	-	2 9,210
Normal	1	-	-	-	-	-	-	-	2	1,723	

a) teste χ^2

Valores de DS						Valores tabulares de DS	
Erlang	0,151	-0,119	0,102	0,132	0,087	N	$\alpha=0,05$
						31	0,238
						33	0,231
Gama	0,153	-0,122	0,104	0,130	0,085	N	$\alpha=0,01$
Lognormal	0,128	-0,131	-0,090	-0,124	0,087	31	0,285
Valores Máximos	0,094	-0,132	-0,044	-0,117	-	33	0,277
Normal	-	-	-	-	0,090		

b) teste Kolmogorov-Smirnov (K.S.)

QUADRO 4 – Médias e Variâncias Amostrais e Teóricas.

			ERLANG	GAMA	LOGNORMAL	VAL.MÁX.	NORMAL	
Dez.	$\bar{x}$	20,40	E(x)	20,40	20,40	20,24	20,24	-
N=31	$\hat{s}^2$	103,68	VAR(x)	69,34	70,49	74,86	70,28	-
Jan.	$\bar{x}$	26,33	E(x)	26,33	24,96	27,00	24,57	-
N=33	$\hat{s}^2$	200,41	VAR(x)	231,04	195,20	336,35	199,48	-
Fev.	$\bar{x}$	24,50	E(x)	24,50	24,50	24,60	24,56	-
N=33	$\hat{s}^2$	106,75	VAR(x)	100,07	106,75	113,51	110,97	-
Março	$\bar{x}$	20,84	E(x)	20,84	20,84	21,46	20,57	-
N=33	$\hat{s}^2$	138,52	VAR(x)	144,72	138,52	237,78	146,22	-
Ano	$\bar{x}$	37,12	E(x)	37,12	37,12	37,17	-	37,12
N=33	$\hat{s}^2$	104,65	VAR(x)	98,40	99,68	109,10	-	104,65

qualquer uma das distribuições teóricas propostas é adequada para representar as distribuições amostrais analisadas. Todavia, ao nível de significância $\alpha = 0,05$, as distribuições gama e de valores extremos não são adequadas à distribuição amostral de janeiro, considerando-se os resultados do teste X^2 . Conforme ESSENWANGER (1976), quando ocorrem discrepâncias entre os resultados de 2 testes, são necessários certos cuidados na interpretação dos resultados obtidos e, em face da importância da eficiência ou não dos estimadores, o poder dos testes deverá ser estudado.

Com relação a essa questão dos testes, é preciso lembrar: 1 – o Kolmogorov-Smirnov em geral é mais adequado a tratamento de dados não agrupados, o que eventualmente pode afetar os resultados quando da sua utilização para dados agrupados; 2 – o teste X^2 , embora mais adequado quando se trabalha com dados agrupados, depende muito de como se definem os intervalos de classes, tornando-se às vezes inadequado, senão inviável, quando a definição das classes em função dos objetivos do estudo não atende às exigências do teste.

No presente estudo, no caso específico do mês de janeiro, optou-se pela aceitação dos dois modelos teóricos (Erlang e lognormal), cuja representatividade foi comprovada pelos 2 testes, para o nível de significância de 0,05.

Comparando-se as médias e as variâncias amostrais com seus respectivos valores teóricos $E(x)$ e $Var(x)$, no quadro 4, nota-se que, em janeiro, os modelos dados como não-significativos para $\alpha = 0,01$ apresentam maiores diferenças entre as médias amostrais e médias teóricas, enquanto que, nos demais casos, essas diferenças inexistem ou são praticamente desprezíveis, o que de certa forma confirma a baixa eficiência dos estimadores, evidenciada pelo teste X^2 , quando se aumenta o limite da área crítica para $\alpha = 0,05$.

Ainda, considerando-se os resultados apresentados no quadro 4 e observando-se os gráficos da probabilidade de um dado total máximo de chuva horária ser igualado ou superado (figura 3, probabilidades mensais e figura 4, probabilidade anual), pode-se dizer que, quanto maior a variância teórica, tanto maiores as probabilidades estimadas para valores máximos elevados em relação à média amostral (os exemplos mais representativos referem-se à distribuição lognormal e de Erlang, para o mês de janeiro). Por outro lado, quando menor essa variância, menores são as probabilidades teóricas de valores elevados serem igualados ou superados (exemplo: mês de dezembro, para o qual $Var(x)$ foi sempre menor que $\hat{s}^2$). No primeiro caso, os modelos teóricos tendem a superestimar a dispersão dos valores e a assimetria das amostras;

no segundo, existe uma tendência a subestimar a dispersão e a assimetria.

O quadro 5 contém as probabilidades estimadas de um dado total máximo horário ser igualado ou superado, para intervalos de 5mm de chuva, baseadas na distribuição lognormal. Esse modelo foi escolhido por ser bastante conhecido e por ser facilmente transformável para a normal, prevendo-se a eventualidade de utilização dos dados para análises de correlação.

4 CONCLUSÕES

1. As distribuições gama, de Erlang, lognormal e de valores máximos são adequadas para representar, com 95% de confiabilidade, as amostras de totais pluviais máximos horários, dos meses de dezembro, fevereiro e março, em Campinas-SP. Para o mês de janeiro, apenas a distribuição de Erlang e a lognormal são representativas. Portanto, a opção por um dos modelos teóricos analisados dependerá dos objetivos quanto à sua utilização e, principalmente no caso do mês de janeiro, dependerá do grau de confiabilidade que se pretende para as informações a serem extraídas dos mesmos.

2. A distribuição de Erlang, embora sendo uma variação da gama, nem sempre apresenta-se igualmente adequada a uma mesma amostra. Portanto, há necessidade de serem testadas as duas distribuições, para se verificar qual a mais adequada.

3. As amostras de pelo menos 30 anos de dados anuais de chuvas máximas horárias, em Campinas, SP, podem ser adequadamente representadas pela normal, com 95% de confiabilidade, embora as demais distribuições (gama, de Erlang e lognormal) também possam ser utilizadas.

4. Os resultados deste estudo concordam com a observação de Markovic de que, na prática, não existem diferenças de ajuste entre a lognormal e a gama para distribuições de totais pluviais anuais. Todavia, é necessário acrescentar que o mesmo se verifica com relação às amostras de totais pluviais máximos horários mensais e anuais, nos casos em que tanto uma quanto a outra são adequadas.

5. Campinas apresenta acentuada tendência à ocorrência anual de elevados totais de chuvas num intervalo horário. Durante o verão, janeiro é o mês com maior potencialidade para esse tipo de evento. Considerando-se as questões relacionadas com a consequência desses eventos às áreas urbanas, março torna-se o mês crítico, em face do comportamento pluvial dos dois meses, janeiro e fevereiro, que o antecedem. Fevereiro, ao contrário do esperado, é um pouco menos sujeito a chuvas intensas num intervalo horário, quando comparado ao mês de março.

FIGURA 3 – Probabilidades de ocorrência de totais máximos horários de chuvas, para os meses de verão, em Campinas, S.P.

FIGURA 4 – Probabilidades anuais de ocorrências de totais máximos horários de chuvas em Campinas, S.P.

QUADRO 5 – Probabilidades (%) empírica e teórica de alguns valores de chuvas máximas horárias serem iguais e/ou superados $P(x) > x$, com 95% de confiabilidade, utilizando-se a distribuição lognormal.

Chuva (mm)	Dezembro		Janeiro		Fevereiro		Março		Ano	
x	Empírica	Teórica	Empírica	Teórica	Empírica	Teórica	Empírica	Teórica	Empírica	Teórica
20	35,5	43,5	57,6	52,5	66,7	61,5	48,5	41,6	99,9	98,1
25	16,1	23,9	42,4	39,0	36,4	40,3	39,4	28,8	83,9	90,7
30	12,9	12,4	42,4	28,8	24,2	24,6	21,2	20,0	71,0	76,6
35	6,5	6,2	33,3	21,3	12,1	14,5	12,1	14,0	54,8	57,2
40	6,5	3,1	27,3	15,8	6,1	8,4	3,0	9,9	38,7	39,3
45	3,2	1,6	12,1	11,8	3,0	4,8	3,0	7,1	19,4	25,1
50	3,2	1,0	3,0	8,9	3,0	2,8	3,0	5,1	12,9	15,2
55	3,2	0,5	-	6,8	3,0	1,6	-	3,7	6,5	8,8
60	-	0,2	-	5,2	-	1,0	-	2,7	-	5,0
65	-	0,1	-	4,0	-	0,5	-	1,5	-	2,8
70	-	-	-	3,1	-	0,2	-	1,0	-	1,5
75	-	-	-	2,5	-	0,1	-	0,2	-	1,0
80	-	-	-	1,9	-	-	-	0,1	-	0,5
85	-	-	-	1,5	-	-	-	-	-	0,4
90	-	-	-	1,2	-	-	-	-	-	0,2
95	-	-	-	1,0	-	-	-	-	-	0,1
100	-	-	-	1,0	-	-	-	-	-	0,1

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- DIXON, W.J. & MASSEY, F. J. 1957. Introduction to statistical analysis. New York, MacGraw-Hill.
- ESSENWANGER, O. 1976. Applied statistics in atmospheric sciences, parte A. New York, Elsevier Scientific Publishing Co. 412 p.
- MURTEIRA, B.J.F. 1990. Probabilidade e estatística. McGraw-Hill de Portugal. Lisboa, v.I, 423 p.
- PANOFISKY, A.H. & BRIER, G.W. 1968. Some applications of statistics to meteorology. Pennsylvania State University. Pennsylvania. 224 p.
- PEARSON, K.F.R.S. 1965. Tables of the incomplete gamma function. Cambridge Univer. Press, Cambridge.
- THOM, H.C. 1966. Some methods of climatological analysis. Technical Note 81 – WMO nº 199, T.P. 103. Genebra. 58p.
- YEVJEVICH, V. 1972. Probability and Statistics in Hydrology. Water Resources Publications, Fort Collins, 302 p.

Endereço dos autores:

Maria Helena de Almeida Mello, Hermano Vaz Arruda e Altino Aldo Ortolani – Instituto Agrônomo de Campinas – Seção de Climatologia Agrícola – Caixa Postal 28 – 13.001-970 – Campinas, SP – Brasil.